

Interaktive Visualisierung statistischer Konzepte und gesellschaftsrelevanter Daten im Statistikerunterricht

Hans-Joachim Mittag

Zusammenfassung. In diesem Beitrag wird zunächst skizziert, welche Veränderungen hinsichtlich des Einsatzes digitaler Werkzeuge und Medien an deutschen und österreichischen Schulen in den nächsten Jahren zu erwarten sind. Es wird dann am Beispiel des schulischen Mathematik- und Statistikerunterrichts aufgezeigt, welche digitalen Werkzeuge hier gegenwärtig verbreitet sind und welche Begrenzungen mit diesen Instrumenten verknüpft sind. Der Hauptteil dieses Artikels widmet sich der Vorstellung einer für den schulischen Statistikerunterricht geeigneten virtuellen Bibliothek, die plattformunabhängig einsetzbare granulare Lernobjekte (Applets) zur interaktiven Exploration statistischer Basiskonzepte und ausgewählter statistischer Daten in Form einer innovativen Web-App zusammenfasst.

Digitale Medien verändern den Unterricht

Bildungslandschaften im Umbruch

Junge Menschen besitzen heute fast durchweg ein Smartphone. Sie verfügen damit über einen ständigen Zugang zum Internet. Wie selbstverständlich nutzen sie Apps und kommunizieren über soziale Netzwerke. Digitale Medien sind auch im Schulalltag längst angekommen. Dort werden zunehmend interaktive Whiteboards eingesetzt und Tablets in den Unterricht einbezogen. Die Verwendung mobiler Endgeräte im Unterricht erfolgt aber bisher nicht koordiniert und flächendeckend, sondern meist im Rahmen von Pilotprojekten, die engagierte Lehrkräfte in Eigeninitiative gestartet haben (etwa BYOD in Schule o.D. oder Vallendor 2015). Das innovative Potenzial digitaler Werkzeuge und Medien im Unterricht ist unstrittig. Es fehlte aber lange ein verbindlicher Rahmen für die Digitalisierung im Bildungsbereich.

In Deutschland wurde von der Kultusministerkonferenz im Dezember 2016 ein Strategiekonzept mit dem Titel „Bildung in der digitalen Welt“ vorgelegt (Kultusministerkonferenz 2016). Eine zentrale Forderung des Papiers für Schulen beinhaltet, digitale Medien in den Unterricht aller Fächer zu verankern, um Schülerinnen und Schülern eine aktive Teilhabe an der digitalen Welt zu ermöglichen. Der vom Bundesministerium für Bildung und Forschung Anfang 2017 in Aussicht gestellte „DigitalPakt#D“ zwischen Bund und Ländern soll im Zeitraum von 2018 bis 2021 fünf Mrd. Euro für die Modernisierung der digitalen Infrastruktur an Schulen bereitstellen und die Umsetzung des Strategiepapiers im Schulbereich ermöglichen (siehe Deutschlandfunk 2017). Für Österreich wurde im Januar 2017 vom Bildungsministerium unter dem Etikett „Schule 4.0–jetzt wird’s digital“ eine ähnliche Bildungsinitiative angekündigt (Bundesministerium für Bildung 2017). Auch hier geht es um die Verbesserung der IT-Kompetenz von Lehrkräften sowie um die Modernisierung der digitalen Ausstattung von Schulen. Im Schulportal „Eduthek“ sollen kostenfreie digitale Bildungsmedien (Open Educational Resources) bereitgestellt werden, etwa Lehrvideos und Apps (Österreichs Schulportal o.D.).

Es ist jedenfalls davon auszugehen, dass sich die IT-Ausstattung der Schulen in den nächsten Jahren weiter verbessern wird. Diese Entwicklung wird eine Veränderung der Fachcurricula und der Ausbildung von Lehrkräften nach sich ziehen. Mit einer verbesserten technologischen Infrastruktur wird der Bedarf an innovativen digitalen Lehrmedien steigen. Unabhängig von diesen Bestrebungen, in die Infrastruktur zu investieren, kann man natürlich digitale Medien über Smartphones – beinahe ortsunabhängig – nutzen. Hier helfen die fast flächendeckende Verbreitung und die Beliebtheit dieses Mediums bei jungen Menschen. Wenngleich Tablets im Schulbereich vor allem aufgrund der günstigeren Bildschirmgröße gegenüber Smartphones zu präferieren sind, sollten für den Unterricht entwickelte Apps ohne weitere Umstände und Anpassungen möglichst auf allen Plattformen einsetzbar sein, also auch auf Smartphones und Desktops.

Digitale Medien im Mathematikunterricht

Bei den genannten Bildungsinitiativen geht es um die Förderung von Kompetenzen, die für eine aktive Teilhabe an der digitalen vernetzten Welt benötigt werden. Schülerinnen und Schüler sollen digitale Ressourcen in Lernprozessen sachadäquat zu nutzen verstehen und u. a. befähigt werden, datenbasierte Informationen analysieren, interpretieren und kritisch bewerten zu können – vgl. GAISE 2016 (Empfehlungen der Amerikanischen Statistischen Gesellschaft zur Statistikausbildung) und Krüger 2016. Der Einsatz digitaler Werkzeuge im Unterricht bietet sich besonders dann an, wenn mit ihrer Nutzung ein erkennbarer Mehrwert verbunden ist. Welcher Mehrwert erzielbar ist, hängt vom Unterrichtsfach ab. Im Fach Mathematik bieten etwa virtuelle interaktive Umgebungen zur Visualisierung von Funktionen oder geometrischen Figuren, wie *mathe online* (o.D.), einen augenfälligen Mehrwert gegenüber dem klassischen Unterricht mit Buch und Tafel. Aber auch Lehrvideos, z. B. zur Differential- und Integralrechnung, können zur Erkenntnisgewinnung beitragen. Bei der im Mathematikunterricht verorteten Vermittlung von statistischem Basiswissen sind besonders Simulationen dazu geeignet, entdeckendes Lernen zu initiieren (siehe Batanero & Borovcnik 2016).

Digitale Werkzeuge sind bereits heute aus dem Mathematik- und Statistikerunterricht nicht mehr wegzudenken. Besonders verbreitet sind grafikfähige Taschenrechner mit integrierten Computer-Algebra-Systemen (CAS), die auch das Lösen von Gleichungssystemen und das Rechnen mit Vektoren und Matrizen gestatten. Daneben wird an einigen Schulen die dynamische und inzwischen auch auf mobilen Geräten einsetzbare Software *GeoGebra* (o.D.) verwendet, in die ebenfalls ein CAS integriert ist. *GeoGebra* wurde für die Bereiche Geometrie, Analysis und Algebra entwickelt, ist aber ebenfalls für die Vermittlung von Grundlagen der Statistik geeignet. Für die Statistik wird vereinzelt auch *Fathom* (Biehler et al. 2006) eingesetzt. An Hochschulen sind *GeoGebra* oder *Fathom* allerdings praktisch unbekannt. Dort werden für Mathematik und Statistik kommerzielle Softwarepakete wie *Mathematica*, *SPSS*, *STATA*, *JMP* oder zunehmend die Open-Source Software *R* verwendet. Ein Nachteil sowohl der CAS-Rechner als auch der Software *GeoGebra* oder *Fathom* ist darin zu sehen, dass ihre Handhabung nicht selbsterklärend ist, sie also nicht ansatzlos nutzbar sind. Für den schulischen Statistikerunterricht besteht jedenfalls ein Mangel an intuitiv bedienbarer und plattformunabhängig einsetzbarer Software, die interaktiv ist und eine sofortige Konzentration auf die fachlichen Inhalte ermöglicht.

Eine virtuelle Bibliothek mit interaktiven Lernobjekten für den Statistikerunterricht

Im Folgenden sei eine innovative Lehrsoftware zur Statistik beschrieben, die auf allen technischen Plattformen verwendbar ist, insbesondere auch auf Tablets und Smartphones. Sie wird von der Hamburger Fern-Hochschule in mehreren Bachelorstudiengängen und im Rahmen eines Schülerstudiums angeboten. Die Software bietet einen freien Zugang zu einer virtuellen Bibliothek mit aktuell etwa 35 intuitiv bedienbaren Lernobjekten (Mittag, o.D.). Diese können sowohl einführende Statistikvorlesungen an Hochschulen als auch den Statistikerunterricht an Schulen sinnvoll ergänzen. Die in einer Web-App zusammengefassten Lernobjekte (Applets) repräsentieren in sich geschlossene Mini-Lernwelten („Lernnuggets“), die vier Teilbibliotheken zugeordnet sind: Beschreibende Statistik, Verteilungen von Zufallsvariablen, Schätzen und Testen, Visualisierung von Daten. Die Elemente der ersten drei Teilbibliotheken zielen auf eine interaktive Visualisierung statistischer Basiskonzepte ab, die der vierten Teilbibliothek auf eine benutzergesteuerte Exploration ausgewählter gesellschaftsrelevanter Datensätze der amtlichen Statistik. Beim Design der einzelnen Lernobjekte wurde nicht nur auf eine intuitive Navigation Wert gelegt, sondern auch auf eine automatische Anpassung der Größe der auf dem Bildschirm wiedergegebenen Inhalte an die Bildschirmgröße („Responsive Web Design“). Um auch auf den kleinen Displays von Smartphones eine zufriedenstellende Wiedergabe zu erhalten, wurde die Länge der auf dem Bildschirm erscheinenden Texte minimiert. Alle Lernobjekte weisen jedenfalls kaum Text auf und setzen ganz auf die Förderung von „Statistical Literacy“ über interaktive Visualisierung (vgl. auch Sinclair & Ridgway 2017).

Applets zur beschreibenden Statistik und zum Verhältnis von Wahrscheinlichkeiten und relativen Häufigkeiten

Abbildung 1 zeigt zwei Simulationsexperimente, bei denen ein oder zwei Würfel insgesamt n -mal geworfen und die relative Häufigkeit der Augenzahlen 1, 2, ..., 6 bzw. der Augensummen 2, 3, ..., 11, 12 anhand eines Balkendiagramms visualisiert wird. Es werden auch die zugehörigen kumulierten Häufigkeiten angezeigt.

Wenn man die Anzahl n (den Stichprobenumfang) stufenweise erhöht (auf $n = 2000$ in Abbildung 1), sieht man, dass sich die relativen Häufigkeiten beim wiederholten Wurf eines Würfels angleichen und beim wiederholten Doppelwurf die Form eines gleichschenkligen Dreiecks annehmen. Wiederholt man die Simulation für einen festen Stichprobenumfang, so kann man am Schwanken der Balken den Schwankungsbereich der relativen Häufigkeiten erkennen. Dies vermittelt schon ein Gefühl dafür, wie genau die Modellwerte durch die simulierten Daten geschätzt werden können. Die

Experimente können jedenfalls als Ausgangspunkt für die Bildung von Modellen dienen, die die beobachteten Gesetzmäßigkeiten beschreiben (diskrete Gleichverteilung bzw. symmetrische Dreiecksverteilung in Abbildung 1). Die Modelle lassen sich einblenden, um für wachsendes n die zunehmende Übereinstimmung von Modell und empirischen Befunden zu veranschaulichen.



Abb.1: Simulationsexperimente als Ausgangspunkt für Modellbildung – Virtuelles Würfelexperiment mit einem Würfel (links) bzw. mit zwei Würfeln (rechts)

Weitere Applets zeigen als Verlaufspfade die Entwicklung der relativen Häufigkeiten für das Auftreten der Augenzahl 6 bei größer werdendem Stichprobenumfang n oder für das Auftreten von „Kopf“ beim wiederholten fairen oder unfairen Münzwurf. Darüber hinaus gibt es Applets, die Punktwolken in der Ebene erzeugen lassen und den Wert des Korrelationskoeffizienten r ausweisen oder eine Regressionsgerade an den bivariaten Datensatz anpassen mit automatischer Anzeige des Bestimmtheitsmaßes R^2 . Man kann den Einfluss der Änderung von einzelnen Punkten auf diese Kennziffern live miterleben und damit ein Gefühl dafür bekommen, wie sich r oder R^2 bei nicht-linearen Zusammenhängen verhalten oder wie sensitiv sie auf Ausreißer reagieren. Ein Applet zur Veranschaulichung des Gini-Koeffizienten als Maß der Ungleichheit rundet diese Teilbibliothek ab.

Applets zur Illustration von Verteilungen und zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten

In Abbildung 2 sind zwei Lernobjekte wiedergegeben, die zum besseren Verständnis je einer besonders wichtigen diskreten und stetigen Wahrscheinlichkeitsverteilung beitragen. Der linke Abbildungsteil zeigt die Wahrscheinlichkeits- und Verteilungsfunktion der Binomialverteilung mit den Parametern $n = 9$ und $p = 0,50$. Die Verteilungsfunktion dieser Binomialverteilung nimmt für $x = 5$ den auf dem Bildschirm rot ausgewiesenen Wert 0,6230 an. Dieser Wert der Verteilungsfunktion entspricht der Summe der ebenfalls rot betonten Werte der Wahrscheinlichkeitsfunktion bis zur Stelle $x = 5$. Bei Variation von n und p und des Werts der Argumentvariablen x wird verständlich, was die Werte in Tabellen zur Binomialverteilung, die man in Anhängen von Lehrbüchern für Studierende oder in Schullehrwerken findet, inhaltlich bedeuten. Das Lernobjekt hilft auch die Binomialverteilung insgesamt besser zu verstehen. Bei Variation von n und p erkennt man u. a., dass die Verteilung mal symmetrisch ($p = 0,5$), mal schief ist und ein realisierter Wert sich im Kern- oder auch im Randbereich der Verteilung befinden kann.

Im rechten Teil von Abbildung 2 sind Dichte- und Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung zu sehen. Hier wurde für die Argumentvariable z beispielhaft der Wert $z = 0,72$ gewählt. Die Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung nimmt an dieser Stelle den Wert 0,7642 an, der dem Inhalt der blau markierten Fläche unter der Dichtekurve entspricht. Der Nutzer des Lernobjekts kann die Einstellung für z und damit den Inhalt der blauen Fläche variieren. Das Lernobjekt verdeutlicht, dass Werte der Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung als Inhalte von Flächen unter der Dichte zu interpretieren sind. Es wird auch deutlich, warum man hier vorrangig die Verteilungsfunktion anstelle der Dichtefunktion betrachtet. Das Applet zeigt zudem an, wo sich ein realisierter Wert befindet und was eine ausgerechnete Wahrscheinlichkeit bedeutet (und warum sie groß oder klein ist). Nutzt man das ähnlich gestaltete Applet für die allgemeine Normalverteilung, kann man durch spielerisches Verändern der Werte für den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ den Einfluss der Verteilungsparameter auf die Gestalt der Verteilung erkennen.

Ein anderes Applet veranschaulicht die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine standardnormalverteilte Zufallsvariable Realisationen in einem Intervall annimmt. Es wird hier der Zusammenhang zwischen der Fläche unter der Dichte zwi-

schen den Intervallgrenzen und der Differenz von zwei Werten der Verteilungsfunktion dargestellt. Weitere Lernobjekte unterstützen die Berechnung und das inhaltliche Verständnis von Quantilen für die Standardnormalverteilung sowie für die t-, die Chi-Quadrat- und die Fisher-Verteilung. Auch hier wird einerseits die Berechnung durch die Grafik unterstützt, andererseits wird dem Lernenden oft erst durch die Visualisierung klar, was da eben ausgerechnet wird.



Abb. 2: Interaktive Visualisierung zweier wichtiger Verteilungen – Binomialverteilung (links) und Standardnormalverteilung (rechts)

Applets zum Schätzen und Testen

Ein Lernobjekt aus der Teilbibliothek „Schätzen und Testen“ ist in Abbildung 3 wiedergegeben. Es handelt sich um ein interaktives Experiment, das ein Grundverständnis für das Konzept der Schätzung anhand von Konfidenzintervallen vermittelt. Es werden wahlweise 100 oder 200 Stichproben des Umfangs n aus einer Standardnormalverteilung per Simulation erzeugt. Der Erwartungswert μ der zugrunde liegenden Verteilung ist bekannt ($\mu = 0$ per Simulationsdesign). Anders als in der Praxis liegt eine Laborsituation vor, bei der die Qualität der Schätzung aufgrund der Kenntnis des zu schätzenden Werts zuverlässig beurteilbar ist. Für jede Stichprobe wird der Stichprobenmittelwert berechnet und um diesen herum ein Konfidenzintervall zum Konfidenzniveau $1 - \alpha$ gezeichnet.

Wenn 200 Stichproben generiert werden, sind nur die letzten 100 Konfidenzintervalle auf dem Bildschirm sichtbar. Die Konfidenzintervalle mit dieser Eigenschaft sind grün gezeichnet, die anderen rot. Unterhalb der Grafik wird der Anteil der Intervalle angezeigt, die den Erwartungswert $\mu = 0$ überdecken. In Abbildung 3 sind es 191 von 200 Intervallen, d. h., 95,5 %. Der Stichprobenumfang n und das Konfidenzniveau $1 - \alpha$ sind veränderbar. Wenn man das Experiment bei Konstanz von $1 - \alpha$ und n wiederholt, wird man beobachten, dass die beobachtete Überdeckungsquote den Wert $1 - \alpha$ im Mittel gut trifft, aber eben von einer Serie von simulierten Datensätzen zur nächsten Serie um den Zielwert schwankt. Das Experiment zeigt ferner, wie sich eine Änderung von n oder von $1 - \alpha$ auf die Länge der Konfidenzintervalle auswirkt. Borovcnik (o.D.) hat ähnliche interaktive Experimente für die grundständige Statistikausbildung auf Excel-Basis für Desktops entwickelt.

Weitere Applets befassen sich mit der Intervallschätzung für Anteile (Konfidenzintervalle für Anteilswerte) oder mit der Exploration der Schwankungsbreite von Daten (Schwankungsintervalle für Anteile bzw. Mittelwerte). Dabei wird die Verteilung, mit der die Daten erzeugt werden, wieder als bekannt vorausgesetzt (Laborsituation). Man kann solche Experimente als informelle Vorbereitung für statistisches Testen nutzen (siehe etwa Batanero & Borovcnik 2016), weil den Lernenden hier klar wird, dass die Daten und die aus ihnen berechneten Kennziffern bei Wiederholung der Stichprobengenerierung schwanken werden. Es ist auch erkennbar, dass die Schwankungen aber meist gewisse Schranken nicht überschreiten und die Schranken mit zunehmendem Stichprobenumfang enger werden.

Die Teilbibliothek mit Experimenten zum Thema „Schätzen und Testen“ wird abgerundet durch Applets, welche die statistischen Fehler (erster und zweiter Art) beim Gauß- und beim t-Test illustrieren.



Abb. 3: Erzeugung von Konfidenzintervallen per Simulation

Applets zur Visualisierung von Daten

Die Lernobjekte der Teilbibliothek „Visualisierung von Daten“ zielen auf eine benutzergesteuerte Exploration realer gesellschaftsrelevanter Daten ab, die nicht nur für den Mathematik- und Statistikunterricht interessant sind. Abbildung 4 zeigt ein Element dieser Teilbibliothek, bei dem es um den Vergleich von Militärausgaben von 24 Ländern für die Periode 2003-2016 geht. Die Daten stammen vom renommierten schwedischen Friedensforschungsinstitut SIPRI. Der Vergleich erfolgt nach unterschiedlichen Kriterien (absolute Ausgaben, Ausgaben in Prozent des Bruttoinlandsprodukts, Pro-Kopf-Ausgaben) und unter Verwendung unterschiedlicher grafischer Instrumente (Zeitreihengraphen, Boxplots, Balkendiagramme). Die Abbildung zeigt Balkendiagramme, die Militärausgaben für das Jahr 2016 nach den genannten alternativen Kriterien repräsentieren, wobei die Länder – hier anhand der internationalen Ländercodes gekennzeichnet – jeweils nach abnehmenden Werten geordnet sind. Es resultieren sehr unterschiedliche Rangfolgen.

Bezüglich der absoluten Ausgaben stehen innerhalb der hier betrachteten Gruppe mit 24 Ländern die USA auf Platz 1, China auf Platz 2. Vergleicht man anhand der Ausgabenanteile am Bruttoinlandsprodukt (BIP) oder anhand der Pro-Kopf-Ausgaben, belegen arabische Staaten und Israel die drei ersten Rangplätze, während die USA auf Platz 7 bzw. Platz 4 und China auf Platz 16 resp. Platz 20 abfallen. Das Lernobjekt in Abbildung 4 kann den Nutzer ein Stück dafür sensibilisieren, bei Rankings aller Art genauer hinzuschauen und zu überlegen, ob das verwendete Vergleichskriterium sachadäquat ist.

In der Teilbibliothek zur Datenvisualisierung findet man auch aktuelle Datensätze des Luxemburger Statistikamts Eurostat für die Staaten der EU-28, etwa zur Lebenserwartung Neugeborener oder zu Leitindikatoren der Europa-2020-Strategie der Europäischen Kommission (Daten zur Entwicklung der Treibhausgasemissionen seit 1990, zur Erwerbstätigkeit von Frauen und Männern oder zum Stand der Nutzung erneuerbarer Energien). Abbildung 5 zeigt für die EU-Staaten Schweden, Österreich und Deutschland, wie sich der Anteil erneuerbarer Energien am Bruttoendenergieverbrauch, beim Energieverbrauch im Verkehrssektor sowie bei der Stromerzeugung im Zeitraum 2004-2015 entwickelt hat. Man erkennt, dass Deutschland keinesfalls Vorreiter bei der Nutzung erneuerbarer Energien ist. Die voreingestellten Länder sowie die zur Visualisierung herangezogenen grafischen Instrumente können vom Nutzer verändert werden. Bei allen Lernobjekten sind Hintergrundinformationen über einen Hilfebutton aufrufbar.

Die interaktiven Umgebungen zur Datenvisualisierung ermöglichen es den Nutzern, sich auf der Basis amtlicher Daten und anhand unterschiedlicher grafischer Instrumente objektiv über Themen der europäischen Politik zu informieren, die in den Medien sehr präsent sind. Dies kann ein Stück schützen vor manipulativen Darstellungen statistischer Sachverhalte (vgl. Ridgway, Nicholson, & Stern 2017).

Die Teilbibliothek umfasst bisher nur ausgewählte Datensätze, die für ein breites Publikum von Interesse sein dürften. Die Einbindung auch eigener Datensätze in einem fest vorgegebenen Format stellt eine überlegenswerte Erweiterungsoption dar.

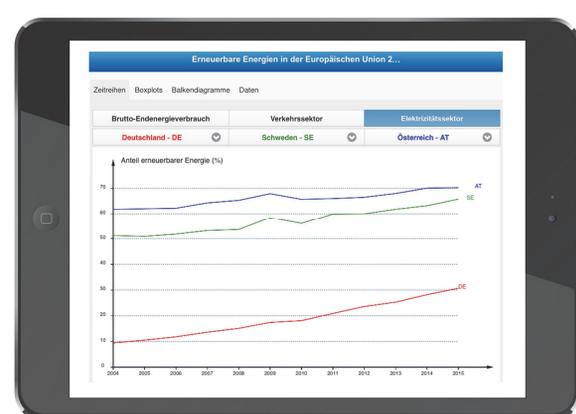
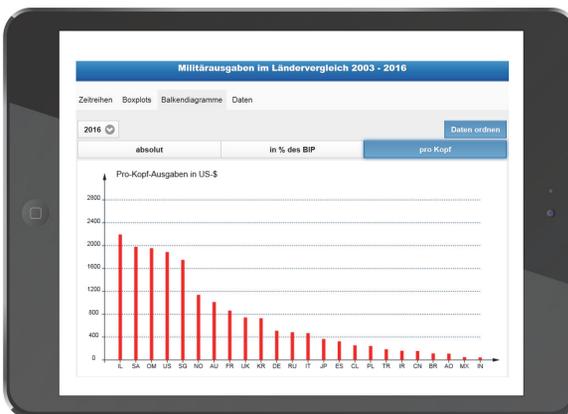
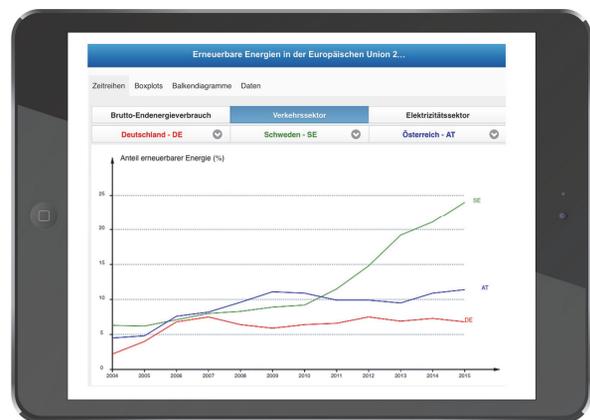
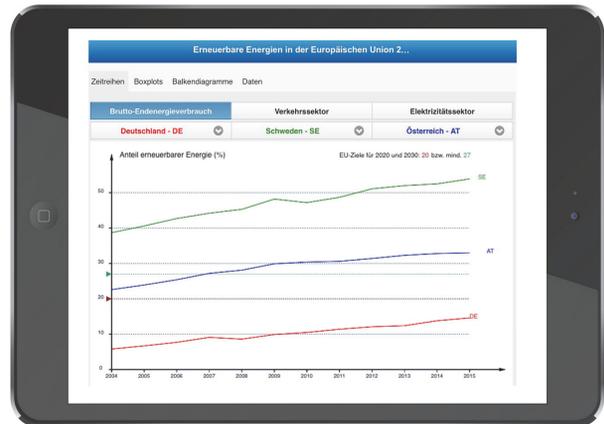
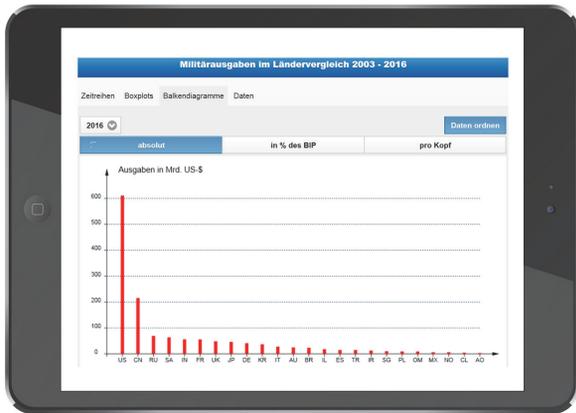


Abb. 4: Militärausgabenvergleich nach unterschiedlichen Kriterien – absolute Ausgaben (oben), Ausgaben in % des BIP (Mitte) und Pro-Kopf-Ausgaben (unten)

Abb. 5: Anteil erneuerbarer Energien am Bruttoendenergieverbrauch (oben), im Verkehrssektor (Mitte) und bei der Stromerzeugung (unten)

Zusammenfassung

Die in den nächsten Jahren für Deutschland und Österreich zu erwartende verbesserte Ausstattung von Schulen mit leistungsfähiger IT-Infrastruktur – insbesondere mit schnellem WLAN, mit Tablets, Notebooks und e-Whiteboards – wird zu einer Veränderung von Lehrplänen, von Schullehrwerken und der Ausbildung von Lehrkräften führen. Damit einhergehen wird ein steigender Bedarf an innovativen und ansatzlos nutzbaren digitalen Lehrmedien, vor allem von nicht-kommerziellen Angeboten.

Als innovativ sind plattformunabhängig einsetzbare Lehrmedien anzusehen, deren Nutzung gegenüber nicht-digitalen Medien mit einem deutlich erkennbaren Mehrwert verbunden ist. In diesem Beitrag wurde als Beispiel eine virtuelle Bibliothek mit granularen Lernobjekten vorgestellt, die den Medienmix in der statistischen Grundausbildung an Schulen erweitern. Die interaktiven Lernobjekte haben den Charakter in sich geschlossener Mini-Lernwelten. Diese lassen sich sehr flexibel in unterschiedliche Lehr- und Lernszenarien einbinden. Lehrkräfte können statistische Basiskonzepte unter Nutzung von e-Whiteboards visualisieren, während Schülerinnen und Schüler einzelne Lernobjekte auf Tablets oder Smartphones im Rahmen von Gruppenarbeit oder bei der Bearbeitung von Hausaufgaben gewinnbringend verwenden können. Die benutzergesteuerte Visualisierung ausgewählter gesellschaftsrelevanter Datensätze kann auch außerhalb des Mathematikunterrichts zur Förderung eines kritischen Umgangs mit datengestützten Informationen in den Medien beitragen.

Danksagungen

Bei der Gestaltung der in diesem Beitrag verwendeten Abbildungen leistete Frau A. Dirks von der Hamburger Fern-Hochschule wertvolle Unterstützung. Herrn A. Michel, Südwestfälische Fachhochschule Hagen, gebührt Dank für die Programmierung der vorgestellten interaktiven Lernobjekte. Frau S. Schmidt, ebenfalls Hamburger Fern-Hochschule, und S. Jablonski, Fachleiterin für Mathematik am Studienseminar Stade, lieferten Anmerkungen zu einer Entwurfsfassung dieses Artikels. Besonders hilfreich waren detaillierte Kommentare von Herrn M. Borovcnik, Vorstand des Instituts für Statistik an der Universität Klagenfurt.

Literatur

- Batanero, C. & Borovcnik, M. (2016). *Statistics and Probability in High School*. Rotterdam: Sense Publishers.
- Biehler, R., Hofmann, T., Maxara, C. & Prömmel, A. (2006). *Fathom 2. Eine Einführung*. Berlin: Springer.
- Borovcnik, M. (o.D.). *Excel-Files für den Unterricht. Sammlung virtueller statistischer Experimente*. www.uni-klu.ac.at/stochastik.schule/Boro/index_inhalt. [Zuletzt aufgerufen am 30.10.2017]
- Bundesministerium für Bildung (2017). *Schule 4.0 – jetzt wird's digital*. Pressemitteilung des Österreichischen Bundesministeriums für Bildung. www.bmb.gv.at/schulen/schule40/index.html. [Zuletzt aufgerufen am 30.10.2017]
- BYOD in Schule (o.D.). *Bring your own device. Pilotprojekt „Start in die nächste Generation“*. www.schulbyod.de/index.php. [Zuletzt aufgerufen am 30.10.2017]
- Deutschlandfunk (2017). *„DigitalPakt Schule“ – Milliarden für die digitale Infrastruktur*. Pressemitteilung vom 3. Juni 2017. www.deutschlandfunk.de/digitalpakt-schule-milliarden-fuer-die-digitale.680.de.html?dram:article_id=387738. [Zuletzt aufgerufen am 30.10.2017]
- GAISE College Report ASA Revision Committee (2016). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education. College Report*. www.amstat.org/education/gaise. [Zuletzt aufgerufen am 30.10.2017]
- GeoGebra (o.D.). Entdecke Mathe mit www.geogebra.org/. [Zuletzt aufgerufen am 30.10.2017]
- Gerick, J. & Eickelmann, B. (2017). *Abschlussbericht im Rahmen der wissenschaftlichen Begleitung der Evaluation des Projekts „Lernen mit digitalen Medien“ in Schleswig-Holstein*. Hamburg und Paderborn. www.ew.uni-hamburg.de/ueber-die-fakultaet/personen/gerick/_files/abschlussbericht-evaluation-modellschulen-gerick-eickelmann-feb2017.pdf. [Zuletzt aufgerufen am 30.10.2017]
- Krüger, K. (2016). Statistische Grundbildung fördern. In *Mathematik lehren*, Heft 197, 2-7.
- Kultusministerkonferenz (2016). *Bildung in der digitalen Welt. Strategie der Kultusministerkonferenz*. Berlin: KMK. www.kmk.org/fileadmin/Dateien/pdf/PresseUndAktuelles/2016/Bildung_digitale_Welt_Webversion.pdf. [Zuletzt aufgerufen am 30.10.2017]
- Mathe online (o. D.). *Eine Galerie multimedialer Lernhilfen für Schule, Fachhochschule, Universität und Selbststudium*. www.mathe-online.at/. [Zuletzt aufgerufen am 30.10.2017]

- Mittag, H.-J. (o.D.). *Web-App „Statistische Methoden und statistische Daten – interaktiv“*. www.hfh-fernstudium.de/statistik-app/ (verkürzte englische Fassung der App: www.mittag-statistik.de/app/; Lehrvideos: www.mittag-statistik.de/videos/). [Zuletzt aufgerufen am 30.10.2017]
- Mittag, H.-J. (2017). *Statistik – eine Einführung mit interaktiven Elementen*. 5. Auflage, Heidelberg – Berlin: Springer.
- Österreichs Schulportal (o.D.). *Eine Kooperation von Education Group und Unterrichtsministerium*. www.daten.schule.at/. [Zuletzt aufgerufen am 30.10.2017]
- Ridgway, J., Nicholson, J. & Stern, D. (2017). Statistics in a post-truth era. Proceedings of the 61th World Statistics Congress.
- Sutherland, S. & Ridgway, J. (2017). Interactive visualisations and statistical literacy. In *Statistics Education Research Journal*, 16, Heft 1, 26-30. [iase-web.org/documents/SERJ/SERJ16\(1\)_Sutherland.pdf](http://iase-web.org/documents/SERJ/SERJ16(1)_Sutherland.pdf). [Zuletzt aufgerufen am 30.10.2017]
- Vallendor, M. (2015). *Lernen mit dem eigenen digitalen Gerät. Das Pilotprojekt ‘Start in die nächste Generation’*. Hamburg macht Schule, Heft 3, 36-39. www.hamburg.de/pressearchiv-fhh/5723458/2016-04-07-laptop-pilotprojekt/. [Zuletzt aufgerufen am 30.10.2017]